###### 28

###### azad

###### دانشگاه آزاد اسلامي

###### واحد تهران مرکز

**موضوع:**

**منحنی‌ها، انواع منحنی و توابع برداری**

**فهرست**

منحنیها درحالت کلی- فرم پارامتری یک منحنی................................................. (1)

طول قوس به عنوان پارامتر- انحنا................................................................. (8)

نابع برداری.............................................................................................(13)

نمودارتوابع پارامتری................................................................................ (17)

حدوپیوستگی توابع برداری......................................................................... (20)

مشتق تابع برداری.................................................................................... (26)

منحی وار............................................................................... .... ...........(29)

فرمول های مشتق گیری............................................................................. (30)

قوانین مشتق گیری ضرب توابع برداری......................................................... (31)

توابع برداری با طول ثابت......................................................................... (34)

بردارسرعت وشتاب توابع برداری............................................................... (36)

بردارهای یکه ی ممان وقائم....................................................................... (38)

انتگرال توابع برداری............................................................................... (43)

طول قوس یک منحنی.............................................................................. (47)

تابع طول قوس....................................................................................... (50)

پارامترسازی برحسب طول قوس................................................................ (51)

منحنی های تکه تکه هموار..........................................................................(53)

دستگاه )TNBکنج فرنه)......................................................................... (53)

صفحه بوسان وعمود..............................................................................(55)

انحناو تاب...........................................................................................(59)

انحنا منحنی در صفحه............................................................................(65)

شعاع انحناودایره ی انحنا(دایره ی بوسان)...................................................(66)

مراحل بدست آوردن دایره ی بوسان...........................................................(67)

مولفه های ممان وقائم سرعت وشتاب..........................................................(68)

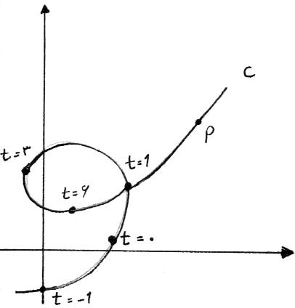
تاب منحنی............................................................................................(73)

تمرین..................................................................................................(74)

منابع وماخذ..........................................................................................(84)

**1-منحنی‌ها در حالت کلّی – فرم پارامتری یک منحنی:**

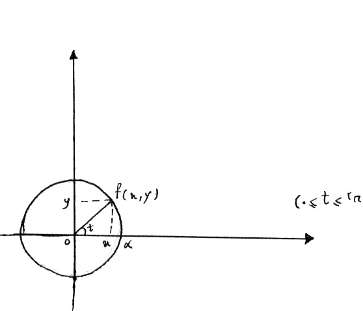
**در ابتدا می‌خواهیم فرم پارامتری یک منحنی را مشخص کنیم. لذا لازم است که درشروع، پارامتر را معرفی می‌کنیم:**

**فرض می‌کنیم c نمودار تابع پیوسته‌ی  *و* p یک نقطه‌ی متغیر روی این منحنی *باشد.* t *را به عنوان یک پارامتر انتخاب می‌کنیم، هرگاه تغییر مکان، نقطه‌ی* p *روی منحنی* c *به‌وسیله‌ی* t *به طور منحصر به فردی تعیین گردد.***

***مثلاً در شکل فوق، می‌توان موقعیت* p *را با مقادیر تعیین کرد یا حتی با ، موضع* p *مشخص می‌شود؛* *زیرا با معلوم بودن*  *و یا مقدار t را به طور منحصر به فردی مشخص می‌شود و در نتیجه موضع p به عنوان تابعی از t مستلزم تعیین به صورت توابعی از t است. لذا جفت معادله‌ی و معادلات پارامتری منحنی c خوانده می‌شوند. زیرا با تغییر***  *منحنی* ***c حاصل می‌شود. در این جا فرض می‌کنیم که دارای یک قلمرو بوده و بر این قلمرو پیوسته می‌باشد.***

***مثال(1) منحنی به معادله‌ی قطبی و***  *را می‌توان با توجه به اینکه*  ***و به فرم پارامتری زیر نشان داد:***

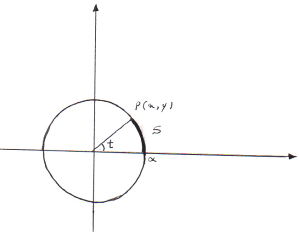
***و که زاویه‌‌ی به عنوان پارامتر مشخص شده است.***

***مثال(2)در نظر بگیرید معادله‌ی دایره‌ی دارای نمایش پارامتری به صورت و است که زاویه‌ای است که با جهت مثبت محور xها می‌سازد؛ زیرا هر t، p منحصر به فردی را مشخص می‌کند و یا حتی***

***و همان دایره‌ی را نمایش می‌دهد.***

**همچنین می‌توان برای معادله‌ی فوق، طول قوس را به عنوان پارامتر در نظر بگیریم؛ زیرا هر s یک p منحصر به فرد را معلوم می‌کند. داریم: و بنابراین:**

**c=**



**که فرم پارامتری دایره‌ی بر حسب پارامتر طول قوس می‌باشد.**

**مثال(3) منحنی و یک بیضی است، اگر که و  *باشند.***

***حل: از خذف t از دو معادله‌ی بالا داریم و***

***و در نتیجه:***

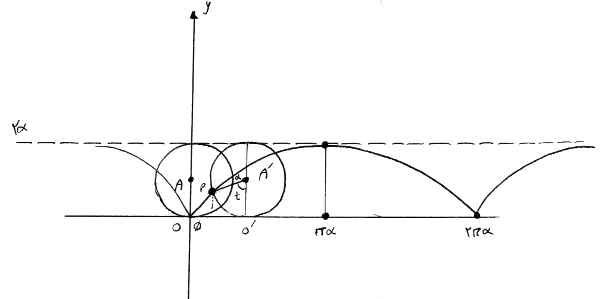
**که معادله یک بیضی است.**

**مثال(4) منحنی و که در آن هر دو مثبت‌اند را در نظر می‌گیریم.**

**حل: با حذف t از دو معادله داریم:  *و***

***بنابراین:***  *که معادله هذلولی است.*

*مثال(5) فرض کنیم که یک دایره به شعاع*  **در امتداد یک خط افقی بدون لغزش، بغلطد. فرم پارامتری منحنی‌ای را بیابید که به‌وسیله‌ی نقطه‌ی p از محیط آن رسم می‌شود.**

****

**حل: با فرض اینکه خط افقی محور xها زاویه‌ی دوران دایره باشد، با توجه به شکل داریم:**

**اما مساوی طول قوس است؛ چرا که دایره بدون لغزش می‌غلطد. بنابراین است.**

**لذا  *است و اما :***

***توجه کنید که این منحنی نمودار یک تابع متناوب با دوره‌ی تناوب مثل است. این منحنی که توسط p به‌وجود می‌آید،* )) نام دارد و نشان دادیم که دارای این معادلات پارامتری است:**

**و**

**قضیه (1):منحنی و را که در آن fو g در بازه‌ی باز  *مشتق پذیرند را در نظر بگیرید. فرض می‌کنیم که در تغییر علامت نمی‌دهد یا صفر نمی‌شود. در این صورت منحنی و نمودار یک تابع مشتق‌پذیر مانند و است***